

**Teorijska pitanja:**

**P1.** Iskazati i zapisati generalisani Gausov zakon [2]. Definirati potencijal tačke u elektrostatičkom polju [2]. Nacrtati sliku, obeležiti sve potrebne veličine i izvesti izraz za kapacitivnost vazdušnog pločastog kondenzatora [2] ?

**P2.** Ekvivalentna otpornost redne veze otpornika  $R_1$  i  $R_2$  iznosi  $40\Omega$ , a ekvivalentna provodnost paralelne veze otpornika  $R_1$  i  $R_2$  je  $0.1S$ . Odrediti otpornosti  $R_1$  i  $R_2$  [2]? Iskazati Tevenenovu teoremu i navesti tipičnu primenu [2].

**P3.** Iskazati i zapisati Lencovo pravilo [2]. Odrediti podužnu silu [3] između dva dugačka, tanka, paralelna, pravolinijska provodnika sa vremenski konstantnom strujom jačine  $I$  koji se nalaze u vazduhu na međusobnom rastojanju od  $1/(2\pi)[m]$ . Kada je sila privlačna, a kada odbojna [1] ?

**P4.** Iskazati i zapisati uslov prilagođenja prijemnika po snazi ostatku kola u kome vlada ustaljeni prostoperiodični režim [2].

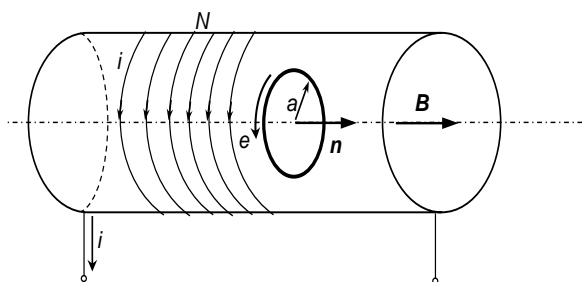
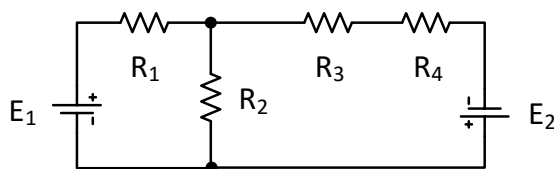
**Zadaci:**

**Z1.** Koaksijalni kabl (poluprečnici provodnika su redom:  $a=0.5[cm]$ ,  $b=1[cm]$  i  $c=1.1[cm]$ ) naelektrisan je naelektrisanjem podužne gustine  $Q'=100[nC/m]$ . Nacrtati sliku (rešenje bez slike se ne boduje), jasno označiti sve potrebne veličine i tek onda izvesti izraze za:

- maksimalnu jačinu električnog polja u kablju [3] i navesti gde nastupa [1],
- podužnu kapacitivnost ovog kablja [2],
- podužnu kapacitivnost ovog kablja ako se prostor između provodnika u potpunosti ispuni homogenim dielektrikom,  $\epsilon_r=5$  [2]?

**Z2.** Za kolo sa slike poznato je:  $E_1=9[V]$ ,  $E_2=10[V]$ ,  $R_1=3[k\Omega]$ ,  $R_2=6[k\Omega]$ ,  $R_3=4[k\Omega]$ ,  $R_4=2[k\Omega]$ .

- Označiti i izračunati struje naponskih [2+2] generatora.
- Kolika je uložena snaga svakog generatora [1+1]?
- Kolika je snaga termičke disipacije na otporu  $R_3$  [2]?

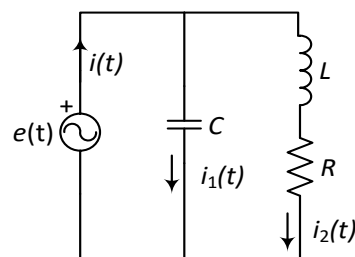


**Z3.** Tanak solenoid dužine  $d=40[cm]$  ima  $N=300$  ravnomerno i gusto namotanih zavoja sa strujom  $i(t)=1\sin(100\pi t)[A]$ . U sredini solenoida nalazi se kružno kolo poluprečnika  $a=2[cm]$ , kao na slici. Odrediti indukovanu elektromotornu silu  $e(t)$  u odnosu na zadati referentni smer u kružnom kolu [5].

**Z4.** U mreži prikazanoj na slici vlada ustaljeni prostoperiodični režim. Odrediti:

- trenutne vrednosti struja  $i(t)$  [2],  $i_1(t)$  [2] i  $i_2(t)$  [2],
- aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu izvora [3],
- fazni stav između napona i struje izvora [2],

**Podaci:**  $e(t)=100\sqrt{2}\cdot\sin(10^3\cdot t)$  [V],  $R=10[\Omega]$ ,  $L=10[mH]$  i  $C=50[\mu F]$ .



**P2.**  $R_1 + R_2 = 40$ ,  $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0.1$ , Rešavanjem se dobija  $R_1 = R_2 = 20\Omega$ .

**P3.**  $d\mathbf{F}_{12} = I_2 d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B}_1$ ,  $F'_{12} = dF_{12} / dl_2 = I_2 \cdot B_1$ , Kako je  $I_1 = I_2 = I$ , a  $B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot 1 / 2\pi} = \mu_0 \cdot I$  to je podužna sila  $F'_{12} = I \cdot B_1 = \mu_0 I^2$ . Sila je privlačna ako su struje istog smera, a odbojna u suprotnom.

$$\mathbf{Z1.} \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l = \frac{Q_1}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}, \quad a \leq r \leq b.$$

a) Maksimalna jačina polja je uz unutrašnji provodnik,  $E(r=a) = \frac{Q'}{2\pi \cdot a \cdot \epsilon_0} = 3.6 \cdot 10^3 [\text{V/m}]$ ,

b) Napon između elektroda je  $U_{ab} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \frac{Q'}{2\pi r \epsilon_0} \cdot dr = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{b}{a} = 12.5 [\text{V}]$ ,

a poduzna kapacitivnost  $C' = \frac{Q'}{U_{ab}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} = 80 [\text{pF/m}]$ ,

c)  $C'' = \epsilon_r \cdot C' = 5 \cdot 80 [\text{pF/m}] = 400 [\text{pF/m}]$ .

**Z2.** Metodom potencijala čvorova sledi

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}\right)V_A = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_3 + R_4},$$

$$\left(\frac{1}{3K} + \frac{1}{6K} + \frac{1}{4K + 2K}\right)V_A = \frac{9}{3K} - \frac{10}{4K + 2K}$$

$$\frac{2}{3K}V_A = \frac{4}{3K}, \quad V_A = 2\text{V}.$$

a) Struja kroz  $E_1$  je  $I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} = \frac{9 - 2}{3 \cdot 10^3} = \frac{7}{3} [\text{mA}]$ , a kroz  $E_2$   $I_2 = \frac{V_A + E_2}{R_3 + R_4} = \frac{2 + 10}{(4 + 2) \cdot 10^3} = 2 [\text{mA}]$ .

b)  $P_{E1} = E_1 \cdot I_1 = 9 [\text{V}] \cdot (7/3 [\text{mA}]) = 21 [\text{mW}]$ ,  $P_{E2} = E_2 \cdot I_2 = 10 [\text{V}] \cdot 2 [\text{mA}] = 20 [\text{mW}]$

c)  $P_{R3} = R_3 I_2^2 = 4 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 = 16 [\text{mW}]$

**Z3.** Magnetna indukcija u solenoidu je

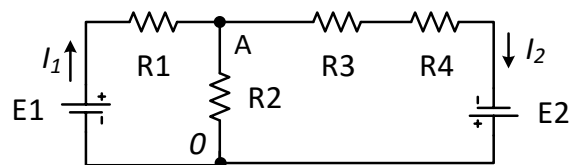
$$B(t) = \frac{\mu_0 N i(t)}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 300 \cdot \sin(100\pi t)}{4 \cdot 10^{-1}} = 3\pi \cdot 10^{-4} \sin(100\pi t) [\text{T}].$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \angle(\mathbf{B}, \mathbf{n}) = B \cdot \pi a^2 = 3\pi \cdot 10^{-4} \cdot \sin(100\pi t) \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 12\pi^2 \cdot 10^{-8} \sin(100\pi t) [\text{Wb}],$$

Indukovana elektromotorna sila  $e$  u kružnom kolu za referentni smer na slici je:

$$e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{\mu_0 N \pi a^2}{d} \cdot \frac{di(t)}{dt} = -12\pi^2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{d}{dt} \sin(100\pi t) = -12\pi^2 \cdot 10^{-8} \cdot 100\pi \cos(100\pi t)$$

$$e(t) = -12\pi^3 \cdot 10^{-8} \cdot 100 \cos(100\pi t) = -372 \cos(100\pi t) [\mu\text{V}].$$



$$\mathbf{Z4).} \quad \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \left( j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \right) \cdot \underline{E} = \left( j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right) \cdot \underline{E}$$

$$\underline{I} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} \underline{E} + j\omega \left[ C - \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2} \right] \cdot \underline{E}, \quad \underline{E} = 100\text{V}$$

$$\underline{I} = \frac{10}{10^2 + (10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3})^2} 100 + j10^3 \left[ 50 \cdot 10^{-6} - \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10^2 + (10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3})^2} \right] \cdot 100$$

$$\underline{I} = \frac{10}{200} 100 + j10^3 \left[ 50 \cdot 10^{-6} - \frac{10 \cdot 10^{-3}}{200} \right] \cdot 100 = 5\text{A}, \quad i(t) = 5\sqrt{2} \sin(10^3 t) \text{A}$$

$$\underline{I}_1 = j\omega C \underline{E} = 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = 5e^{j\frac{\pi}{2}} \text{A}, \quad i_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(10^3 t + \pi/2) \text{A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{R + j\omega L} = \frac{100}{10 + j10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = \frac{100}{10 + j10} = \frac{100}{\sqrt{10^2 + 10^2} \cdot e^{j\arctg(10/10)}} = \frac{100}{10\sqrt{2} \cdot e^{j\pi/4}} = 5\sqrt{2} e^{-j\pi/4}$$

$$i_2(t) = 10 \sin(10^3 t - \pi/4) \text{A}$$

$$\underline{S} = \underline{E} \cdot \underline{I}^* = 100 \cdot (5)^* = 100 \cdot 5 = 500, \quad P = 500\text{W}, \quad Q = 0, \quad S = 500\text{VA}$$

Napon i struja izvora su u fazi, fazni stav je 0.

